JIPSI: Jurnal Ilmu Pendidikan dan Sains Islam Interdisipiner
Vol. 5, No. 4, November 2026, pp. 4035-4043
http://journal.amorfati.id/index.php/jipsi || ISSN 2962-9187

Indikasi Epistemological Obstacle Siswa SMA dalam Memahami Bilangan Berpangkat Berdasarkan Theory of Didactical Situations

Ridwan [1], Hamdani [2]

[1] Universitas Tanjungpura, Indonesia
[1] f2181251015@student.untan.ac.id
*Correspondent Author; f2181251015@student.untan.ac.id

ARTICLE INFO

Article history
Received:
20-07-2026
Revised:
16-09-2026
Accepted:
28-10-2026

Keywords
epistemological obstacle; bilangan berpangkat; Theory of Didactical Situations; eksponen; pemahaman konsep

ABSTRACT

This study describes high school students' epistemological obstacles in understanding exponentiation using the Theory of Didactical Situations (TDS) as an interpretive framework. A qualitative descriptive approach involved 36 Grade XI students at SMA Negeri 1 Ngabang. Diagnostic tasks explored the meaning of exponents, exponent rules, generalization, and the zero exponent. Twenty-six students (72.2%) made at least one error. Four documented representative patterns were $3^4=3\times4$, $(3+4)^2=3^2+4^2$, expanding factors to solve $4^9/4^7$, and stating $5^0=1$ from memorization. The patterns were chosen to represent different types of knowledge (symbol meaning, rule generalization, representation choice, and justification), not by frequency, so they are not claimed to be the dominant difficulties. Analysis through action, formulation, and validation indicates limitations in exponent meaning, overgeneralization of rules, dependence on repeated-multiplication representations, and weak justification of the zero exponent. The obstacles in the first three patterns are read mainly through action and formulation, and in the fourth through weak validation. The findings support learning situations that require students to test rules, compare strategies, construct counterexamples, and provide mathematical justification.

This is an open-access article under the CC–BY-SA license.

Introduction

Bilangan berpangkat merupakan salah satu konsep fundamental dalam matematika sekolah karena menjadi dasar bagi bentuk akar, notasi ilmiah, fungsi eksponensial, logaritma, pertumbuhan, serta berbagai model perubahan multiplikatif. Pemahaman yang hanya bersifat prosedural dapat membuat siswa berhasil pada bentuk rutin tetapi kesulitan ketika basis, eksponen, operasi, atau representasi diubah. Pitta-Pantazi et al. (2007) menunjukkan bahwa pemahaman eksponen berkembang melalui tingkat-tingkat yang berbeda dan bahwa interpretasi yang bertumpu pada eksponen bilangan asli dapat membatasi perluasan konsep. Temuan mutakhir juga memperlihatkan bahwa miskonsepsi tentang eksponen masih bertahan, termasuk mengalikan basis dengan eksponen, keliru pada pangkat nol, dan gagal membedakan berbagai bentuk eksponensial (Sevgi & Akdemir Kabalcı, 2026).

Kesalahan semacam itu perlu dibedakan dari kekeliruan komputasi sesaat. Dalam pembelajaran matematika, jawaban salah dapat merepresentasikan pengetahuan yang memiliki logika internal bagi siswa. Tall dan Vinner (1981) menjelaskan bahwa concept image yang terbentuk dari pengalaman belajar tidak selalu koheren dengan definisi formal. Ketika bagian tertentu dari concept image dipanggil pada konteks yang tidak sesuai, konflik atau respons yang tidak tepat dapat muncul. Perspektif ini sejalan dengan gagasan bahwa hambatan belajar perlu dibaca melalui struktur pengetahuan yang digunakan siswa, bukan hanya melalui skor akhir.

Dalam Theory of Didactical Situations, Brousseau (2002) menempatkan epistemological obstacle sebagai hambatan yang berkaitan dengan karakter pengetahuan itu sendiri. Pengetahuan yang pernah produktif pada suatu domain dapat menjadi sumber kesalahan ketika dipertahankan pada domain baru tanpa penyesuaian. Karena itu, epistemological obstacle memiliki ciri penting berupa keterbatasan konteks atau domain keberlakuan. Brousseau (2002) membedakan tiga sumber hambatan. Ontogenic obstacle berkaitan dengan keterbatasan perkembangan atau kesiapan kognitif siswa pada tahap tertentu. Didactical obstacle muncul dari pilihan, urutan, atau sejarah pengajaran. Epistemological obstacle bersumber dari pengetahuan itu sendiri: pengetahuan yang berhasil pada domain tertentu tetapi gagal ketika domain diperluas, sehingga bersifat konstitutif dan cenderung muncul kembali. Perbedaan ini penting karena kesalahan yang tampak serupa dapat berasal dari sumber yang berbeda. Penelitian ini hanya membaca indikasi epistemological obstacle dari batas keberlakuan pengetahuan pada respons tertulis, dan tidak menyimpulkan sumber ontogenic atau didactical.

TDS juga menyediakan cara untuk membaca proses pembentukan pengetahuan melalui situasi action, formulation, dan validation. Pada action, siswa berinteraksi dengan milieu dan memilih tindakan. Pada formulation, siswa menyatakan strategi atau hubungan dalam bahasa, simbol, atau representasi. Pada validation, siswa memberikan alasan, menguji klaim, atau menilai kebenaran strategi. Fuadiah (2021) menegaskan bahwa perhatian TDS terhadap epistemologi matematika, milieu, dan kontrak didaktis menjadikannya relevan untuk memahami bagaimana pengetahuan siswa muncul dalam situasi pembelajaran. Berbeda dari pendekatan yang berhenti pada klasifikasi jenis kesalahan atau miskonsepsi, TDS memungkinkan peneliti menelusuri hubungan antara tindakan yang dipilih siswa, aturan yang dirumuskan, dan pembenaran yang diberikan. Dengan demikian, batas keberlakuan pengetahuan, yang menjadi ciri epistemological obstacle, dapat dibaca pada setiap fase.

Pada materi eksponen, sejumlah penelitian telah menunjukkan adanya hambatan yang konsisten. Nurlaelah dan Lembayung (2018) menemukan hambatan didaktis dan epistemologis pada pangkat pecahan dan bentuk akar. Suarka dan Kusumah (2024) menemukan epistemological learning obstacles ketika mahasiswa berhadapan dengan pangkat nol, pangkat negatif, dan tanda negatif pada basis. Kusumadewi dan Andriatna (2024) menunjukkan bahwa makna eksponen yang dibangun siswa dapat membentuk conceptual image yang terbatas. Rahmatin et al. (2025) juga menemukan learning obstacles pada siswa SMA ketika menyelesaikan masalah eksponen yang tidak terstruktur.

Penelitian pada konteks Indonesia memperlihatkan pola yang serupa. Yohani et al. (2024) mengidentifikasi hambatan epistemologi siswa kelas X pada persamaan eksponen melalui tes dan wawancara. Utami et al. (2020) menunjukkan bahwa hambatan epistemologis dapat berkaitan dengan tingkat pemahaman konseptual yang berbeda. Penelitian terbaru menggunakan tes diagnostik three-tier juga menemukan kekeliruan dalam menentukan basis dan pangkat, menerapkan sifat eksponen, serta memaknai tanda

negatif (Sari et al., 2026). Dengan demikian, problem eksponen bukan hanya soal ketelitian, tetapi berkaitan dengan struktur pemahaman yang dibangun siswa.

Bilangan berpangkat rentan terhadap epistemological obstacle karena makna awalnya, yaitu perkalian berulang pada eksponen bilangan asli, kemudian diperluas ke pangkat nol, negatif, dan pecahan. Pengetahuan yang produktif pada domain awal tidak cukup pada domain perluasan (Pitta-Pantazi et al., 2007; Suarka & Kusumah, 2024). Selain itu, sifat-sifat eksponen yang serupa secara visual, seperti $(ab)^n$ dan $(a+b)^n$, mendorong siswa memperluas aturan di luar domainnya, dan notasi a^n yang memuat dua angka mudah memicu pengalihan prosedur dari perkalian biasa (Sevgi & Akdemir Kabalcı, 2026).

Data diagnostik awal pada kelas XI SMA Negeri 1 Ngabang memperkuat urgensi tersebut. Dari 36 siswa, 26 siswa (72,2%) melakukan kesalahan pada sedikitnya satu butir. Respons yang terdokumentasi antara lain $3^4=3\times4$, $(3+4)^2=3^2+4^2$, penggunaan ekspansi perkalian berulang pada $4^9/4^7$, dan jawaban $5^0=1$ yang disertai alasan berbasis hafalan. Keempat respons tersebut dipilih sebagai pola representatif karena menunjukkan perbedaan jenis pengetahuan yang digunakan: pemaknaan simbol, generalisasi sifat, pilihan representasi, dan justifikasi.

Kebaruan analisis dalam penelitian ini terletak pada penggunaan fase action-formulation-validation TDS untuk menginterpretasikan pola respons pada bilangan berpangkat. Penelitian sebelumnya telah banyak mengidentifikasi jenis kesalahan atau learning obstacle, tetapi hubungan antara tindakan yang dipilih siswa, formulasi aturan yang tersirat/tertulis, dan kualitas validasi pada konsep bilangan berpangkat masih perlu diperdalam. Berdasarkan studi yang ditinjau, penelitian tentang eksponen umumnya berfokus pada klasifikasi jenis kesalahan atau hambatan belajar (Nurlaelah & Lembayung, 2018; Yohani et al., 2024; Sari et al., 2026), sedangkan penelusuran batas keberlakuan pengetahuan siswa melalui fase TDS masih terbatas. Analisis ini tidak dimaksudkan untuk menyatakan bahwa setiap kesalahan otomatis merupakan epistemological obstacle; status obstacle ditentukan melalui indikasi keterbatasan domain pengetahuan yang tampak pada respons.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan mendeskripsikan karakteristik epistemological obstacle siswa SMA dalam memahami bilangan berpangkat berdasarkan TDS. Pertanyaan penelitian adalah: (1) pola respons apa yang menunjukkan indikasi epistemological obstacle pada bilangan berpangkat; dan (2) bagaimana pola tersebut dapat diinterpretasikan melalui fase action, formulation, dan validation?

Method

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah 36 siswa kelas XI SMA Negeri 1 Ngabang, Kabupaten Landak, Kalimantan Barat. Subjek ditentukan dengan melibatkan satu kelas utuh, sehingga seluruh siswa dalam kelas tersebut mengerjakan tes diagnostik. Fokus penelitian bukan menguji pengaruh perlakuan, melainkan mendeskripsikan pola pengetahuan yang muncul ketika siswa menyelesaikan tugas diagnostik bilangan berpangkat. Data penelitian berupa respons tertulis siswa pada tes diagnostik. Analisis difokuskan pada bukti yang dapat ditelusuri secara langsung dari strategi, simbol, operasi, dan alasan tertulis siswa.

Instrumen berupa tes diagnostik bilangan berpangkat yang memuat situasi tentang makna notasi eksponen, penggunaan sifat operasi, generalisasi sifat pada bentuk yang berbeda, dan pangkat nol. Selain keempat fokus tersebut, tes juga memuat pangkat negatif dan penerapan pada situasi pelipatgandaan. Tes terdiri atas 10 butir uraian dengan alokasi waktu 40 menit, dan siswa diminta menuliskan langkah penyelesaian serta alasan, bukan hanya hasil akhir, sehingga strategi dan justifikasi tertulis dapat

ditelusuri. Setiap butir dipetakan pada indikator dan kode indikasi epistemological obstacle (EO-1 sampai EO-7). Jawaban dinilai dengan pedoman penskoran skala 0–4 untuk menggambarkan kualitas jawaban, bukan untuk menetapkan obstacle. Validitas isi instrumen ditelaah oleh dua dosen ahli dan satu guru matematika. Analisis dilakukan dalam tiga tahap. Pertama, respons diperiksa untuk mengidentifikasi siswa yang melakukan kesalahan pada sedikitnya satu butir. Kedua, respons dikelompokkan berdasarkan kesamaan strategi atau bentuk penalaran. Ketiga, pola representatif diinterpretasikan menggunakan action-formulation-validation. Action merujuk pada operasi atau strategi yang tampak pada pekerjaan siswa; formulation merujuk pada aturan, relasi, atau representasi yang dapat dibaca dari respons tertulis; validation merujuk pada alasan atau konsistensi matematis yang menyertai respons. Interpretasi formulation dan validation dilakukan secara konservatif dan hanya didasarkan pada aturan, relasi, representasi, alasan, serta konsistensi matematis yang dapat ditelusuri dari respons tertulis siswa.

Pemilihan pola representatif dilakukan setelah respons dikelompokkan berdasarkan kesamaan strategi atau bentuk penalaran. Pola dipilih berdasarkan tiga pertimbangan: (a) strategi, simbol, atau alasan dapat ditelusuri langsung dari respons tertulis; (b) pola mewakili jenis pengetahuan yang berbeda, yaitu pemaknaan simbol, generalisasi sifat, pilihan representasi, dan justifikasi; dan (c) pola dapat dibaca melalui fase action, formulation, dan validation. Pemilihan tidak didasarkan pada frekuensi, sehingga keempat pola tidak dinyatakan sebagai bentuk kesulitan yang dominan. Pengodean dan pengelompokan respons dilakukan oleh satu peneliti; karena itu interpretasi dilakukan secara konservatif dan dicatat sebagai keterbatasan penelitian.

Operasionalisasi komponen TDS dalam analisis data adalah sebagai berikut. Action diidentifikasi dari operasi, strategi, atau langkah penyelesaian yang tertulis (misalnya mengalikan basis dengan eksponen, mendistribusikan pangkat, atau menguraikan faktor) dan dibaca berdasarkan fungsinya terhadap situasi soal. Formulation diidentifikasi dari aturan, relasi, atau representasi yang tersirat maupun tertulis di balik action (misalnya "pangkat dapat masuk ke setiap suku"), dengan memeriksa kesesuaiannya dengan domain keberlakuan. Validation diidentifikasi dari alasan, pengecekan, atau konsistensi matematis yang menyertai respons (misalnya kembali ke definisi, menguji dengan contoh numerik, atau hanya merujuk "karena rumus"). Ketiadaan validation pada respons tertulis dicatat sebagai keterbatasan bukti, bukan sebagai bukti bahwa siswa tidak memiliki pengetahuan.

Kriteria indikasi epistemological obstacle disusun berdasarkan gagasan Brousseau (2002), yaitu ketika pengetahuan atau aturan yang digunakan memiliki keberhasilan pada konteks tertentu tetapi diterapkan secara tidak tepat atau tidak dapat diperluas ketika karakteristik situasi berubah. Secara operasional, respons dinyatakan menunjukkan indikasi epistemological obstacle apabila (1) tampak aturan atau pengetahuan yang digunakan secara konsisten dan memiliki logika internal, bukan kekeliruan hitung sesaat; (2) aturan tersebut diterapkan di luar domain keberlakuannya atau tidak dapat diperluas ketika basis, eksponen, operasi, atau representasi berubah; dan (3) validasi pada respons tidak menghubungkan aturan dengan definisi atau sifat yang mendasarinya. Respons yang hanya memenuhi sebagian kriteria, seperti pola C dan D, dicatat sebagai indikasi yang perlu diuji lebih lanjut. Oleh karena itu, kesalahan aritmetika tunggal tidak langsung dikategorikan sebagai obstacle. Analisis memeriksa apakah respons menunjukkan pemaknaan yang terbatas, generalisasi berlebihan, ketergantungan pada representasi tertentu, atau validasi yang hanya berbasis hafalan. Hasil disajikan secara deskriptif melalui persentase umum siswa yang mengalami kesalahan dan analisis mendalam terhadap empat pola respons representatif. Unit analisis adalah pola strategi

pada respons tertulis, sedangkan persentase 72,2% hanya digunakan untuk menggambarkan proporsi siswa yang melakukan sedikitnya satu kesalahan dan tidak ditafsirkan sebagai persentase epistemological obstacle tertentu.

Results and Discussion

1. Gambaran Umum Hasil Diagnostik

Hasil diagnostik menunjukkan bahwa 26 dari 36 siswa (72,2%) melakukan kesalahan pada sedikitnya satu butir, sedangkan 10 siswa (27,8%) tidak tercatat melakukan kesalahan pada butir yang dianalisis. Persentase ini digunakan sebagai gambaran umum, bukan sebagai ukuran prevalensi untuk setiap jenis obstacle. Frekuensi setiap pola tidak digunakan sebagai dasar generalisasi karena fokus penelitian ini adalah karakteristik respons. Oleh sebab itu, analisis kualitatif dipusatkan pada empat pola representatif yang terdokumentasi dan menunjukkan perbedaan bentuk pengetahuan siswa.

Table 1. Pola Respons Representatif dan Interpretasi Berdasarkan TDS

Pola	Respons	Action	Formulation/Validation	Indikasi obstacle
A	$3^4 = 3\times4$	Basis dikalikan dengan eksponen.	Eksponen diperlakukan sebagai bilangan pengali, bukan banyaknya faktor.	Makna notasi eksponen terbatas.
B	$(3+4)^2 = 3^2+4^2$	Pangkat didistribusikan pada suku penjumlahan.	Sifat distribusi pangkat digeneralisasi ke struktur yang tidak sesuai.	Batas keberlakuan sifat belum dibedakan.
C	$4^9/4^7$ diekspansi menjadi faktor-faktor 4	Menggunakan definisi perkalian berulang.	Strategi konkret dipertahankan meskipun sifat pembagian dapat digunakan lebih efisien.	Ketergantungan pada representasi perkalian berulang; perlu diuji pada konteks lebih kompleks.
D	$5^0 = 1$, 'karena rumus'	Memanggil fakta yang dihafal.	Hasil benar tetapi validasi tidak menghubungkan pangkat nol dengan sifat eksponen.	Justifikasi konseptual belum terbentuk.

2. Pola A: Eksponen Dipahami sebagai Pengali

Respons $3^4=3\times4$ menunjukkan bahwa siswa melakukan operasi langsung terhadap dua komponen notasi. Pada fase action, tindakan yang dipilih adalah perkalian basis dan eksponen. Strategi ini menghasilkan 12, bukan 81. Kesalahan tersebut sejalan dengan temuan Sevgi dan Akdemir Kabalcı (2026) bahwa sebagian siswa mengalikan basis dengan eksponen ketika tidak memahami makna eksponensiasi secara konseptual.

Dari sisi formulation, respons tersebut mengindikasikan bahwa simbol a^n belum dipahami sebagai hasil kali n faktor a ketika n bilangan asli. Pengetahuan perkalian biasa tampaknya lebih dominan daripada makna khusus notasi pangkat. Pitta-Pantazi et al. (2007) menunjukkan bahwa pemahaman siswa tentang eksponen dapat bertumpu pada prototipe bilangan asli; ketika struktur konsep belum stabil, siswa mudah menggunakan prosedur yang tidak sesuai.

Pada fase validation, hasil 12 seharusnya dapat diuji dengan mengembalikan 3^4 pada definisi $3\times3\times3\times3$. Perbandingan dua representasi tersebut merupakan bentuk validasi yang tidak tampak pada respons. Dalam perspektif epistemological obstacle, indikasi hambatan bukan semata-mata karena jawaban salah, tetapi karena pengetahuan 'dua angka pada bentuk pangkat dapat dikalikan' digunakan sebagai pengganti makna

eksponensiasi. Hambatan ini perlu diuji lebih lanjut pada bentuk seperti 2^5, a^3, dan 10^2 untuk melihat konsistensinya.

3. Pola B: Generalisasi Sifat Pangkat pada Penjumlahan

Respons $(3+4)^2=3^2+4^2$ memperlihatkan generalisasi sifat yang tidak sah. Pada fase action, siswa mendistribusikan pangkat dua kepada setiap suku. Tindakan ini secara visual menyerupai sifat $(ab)^n=a^nb^n$, tetapi struktur penjumlahan tidak memenuhi sifat yang sama. Dengan menghitung kedua sisi, $(3+4)^2=49$ sedangkan $3^2+4^2=25$, sehingga contoh numerik sederhana sudah cukup menjadi counterexample.

Formulation yang tersirat adalah 'pangkat dapat masuk ke setiap bagian dalam tanda kurung'. Formulasi ini memiliki daya guna pada perkalian tetapi gagal pada penjumlahan. Ciri tersebut dekat dengan definisi epistemological obstacle Brousseau (2002): pengetahuan bukan sepenuhnya acak, melainkan memiliki wilayah validitas yang kemudian diperluas secara berlebihan. Miskonsepsi sifat operasi eksponen juga dilaporkan dalam studi-studi diagnostik eksponen (Nurzaenah & Peni, 2025; Sari et al., 2026; Sevgi & Akdemir Kabalcı, 2026).

Pada validation, siswa perlu membandingkan klaim dengan contoh penyangkal, model luas persegi, atau ekspansi (a+b)(a+b). Validasi semacam ini memungkinkan siswa melihat suku 2ab yang hilang. Dengan demikian, pembelajaran sebaiknya tidak hanya menyajikan daftar sifat yang benar, tetapi juga non-example yang dekat secara visual agar siswa membangun batas keberlakuan setiap sifat.

4. Pola C: Ketergantungan pada Ekspansi Perkalian Berulang

Pada $4^9/4^7$, penggunaan ekspansi faktor pada dasarnya dapat menghasilkan jawaban yang benar. Karena itu, strategi ini tidak boleh otomatis diberi label epistemological obstacle. Pada fase action, siswa kembali ke definisi 4^9 sebagai sembilan faktor 4 dan 4^7 sebagai tujuh faktor 4, kemudian melakukan pencoretan faktor yang sama. Strategi tersebut sah dan bahkan dapat menjadi dasar konseptual bagi sifat $a^m/a^n=a^{m-n}$.

Indikasi obstacle baru muncul apabila siswa hanya mampu bekerja melalui ekspansi dan tidak dapat menggeneralisasi pada eksponen besar atau simbolik. Suarka dan Kusumah (2024) menunjukkan bahwa perubahan karakteristik basis dan eksponen dapat memunculkan epistemological learning obstacles. Karena itu, bentuk $4^{100}/4^{97}$ atau a^m/a^n lebih tepat digunakan untuk menguji fleksibilitas pengetahuan. Jika siswa tetap bergantung pada ekspansi atau tidak dapat melanjutkan, keterbatasan domain pengetahuan menjadi lebih kuat.

Analisis ini memperbaiki kecenderungan menganggap strategi panjang sebagai kesalahan. Dalam TDS, action harus dibaca berdasarkan fungsi strategi terhadap milieu. Ekspansi dapat menjadi action produktif pada tahap awal, tetapi pembelajaran perlu mendorong formulation berupa generalisasi dan validation melalui pembuktian sifat. Dengan cara itu, perkalian berulang berfungsi sebagai jembatan menuju sifat eksponen, bukan sebagai prosedur yang harus ditinggalkan tanpa pemahaman.

5. Pola D: Pangkat Nol sebagai Fakta Hafalan

Respons $5^0=1$ memiliki hasil akhir benar. Namun, alasan 'karena rumus' menunjukkan bahwa validasi masih bertumpu pada otoritas aturan yang diingat. Sevgi dan Akdemir Kabalcı (2026) juga melaporkan kesulitan siswa pada kondisi pangkat nol. Suarka dan Kusumah (2024) menemukan obstacle ketika konsep eksponen diperluas ke pangkat nol dan pangkat negatif.

Pada fase action, siswa memanggil fakta $a^0=1$. Pada formulation, siswa belum menunjukkan hubungan antara pangkat nol dan sifat pembagian. Pada validation, pembenaran dapat dibangun melalui $a^m/a^m=1$ dan $a^m/a^m=a^{m-m}=a^0$ untuk $a\neq0$. Pembenaran

lain dapat menggunakan pola a^3, a^2, a^1, a^0 dengan setiap langkah dibagi a. Kedua pendekatan menunjukkan bahwa nilai 1 bukan aturan arbitrer.

Penting ditegaskan bahwa hafalan tidak dengan sendirinya merupakan epistemological obstacle. Hambatan baru dapat dikatakan lebih kuat jika siswa gagal menjelaskan, menghubungkan, atau menggunakan aturan pada konteks yang berbeda. Oleh karena itu, tugas diagnostik yang meminta 'jelaskan mengapa' lebih informatif daripada tugas yang hanya meminta nilai.

6. Sintesis Action-Formulation-Validation

Keempat pola menunjukkan fungsi yang berbeda dari fase TDS. Action memperlihatkan pengetahuan operasional yang segera dipilih siswa: mengalikan dua angka pada notasi, mendistribusikan pangkat, mengekspansi faktor, atau memanggil rumus. Formulation mengungkap hubungan yang mendasari tindakan tersebut, baik secara eksplisit maupun melalui struktur tulisan. Validation membedakan antara jawaban yang hanya dihasilkan prosedur dengan jawaban yang dapat dipertanggungjawabkan melalui definisi, sifat, counterexample, atau hubungan antarkonsep.

Kerangka ini membantu menghindari dua penyederhanaan. Pertama, jawaban salah tidak selalu berarti siswa tidak memiliki pengetahuan; bisa jadi siswa menggunakan pengetahuan yang valid pada konteks lain. Kedua, jawaban benar tidak selalu menunjukkan pemahaman konseptual, sebagaimana tampak pada pangkat nol. Tall dan Vinner (1981) menjelaskan bahwa concept image dapat memuat komponen yang berbeda dan dipanggil sesuai konteks. Vinner (1997) juga menunjukkan kemungkinan perilaku pseudo-conceptual ketika jawaban tampak sesuai tetapi proses konseptual tidak benar-benar digunakan.

Dengan demikian, karakter utama obstacle yang terindikasi pada data ini adalah: (a) pemaknaan notasi eksponen yang direduksi menjadi operasi aritmetika biasa; (b) generalisasi sifat tanpa memperhatikan struktur operasi; (c) keterikatan pada representasi perkalian berulang yang perlu diuji pada konteks yang menuntut generalisasi; dan (d) validasi berbasis hafalan pada pangkat nol. Kategori ini konsisten dengan literatur yang menunjukkan bahwa kesulitan eksponen sering berkaitan dengan peralihan dari pengetahuan prosedural menuju struktur konseptual (Pitta-Pantazi et al., 2007; İymen & Duatepe Paksu, 2015; Sevgi & Akdemir Kabalcı, 2026).

7. Implikasi Didaktis

Temuan mengarah pada kebutuhan desain situasi yang tidak sekadar meminta siswa menerapkan sifat, tetapi memunculkan kebutuhan untuk membedakan kapan suatu sifat berlaku. Untuk obstacle makna eksponen, siswa dapat diminta membandingkan 3^4, 3×4, 4^3, dan $3+3+3+3$ serta menjelaskan representasi masing-masing. Kontras ini membantu memisahkan eksponensiasi dari perkalian dan penjumlahan berulang.

Untuk generalisasi sifat, guru dapat menggunakan pasangan example-nonexample seperti $(ab)^2=a^2b^2$ dan $(a+b)^2\neq a^2+b^2$. Counterexample numerik dan representasi luas dapat digunakan sebagai milieu yang memberi umpan balik terhadap klaim siswa. Pada pangkat nol, pola pembagian dan sifat hasil bagi dapat digunakan untuk membangun kebutuhan logis terhadap $a^0=1$. Pendekatan semacam ini sejalan dengan TDS karena siswa memperoleh kesempatan melakukan action, memformulasikan dugaan, dan memvalidasinya melalui struktur masalah.

Implikasi lain adalah pentingnya asesmen diagnostik yang meminta alasan. Tes pilihan jawaban atau soal hitung saja berisiko menyamakan jawaban benar dengan pemahaman. Studi tentang eksponen menunjukkan bahwa siswa dapat memiliki prosedur yang benar tetapi concept image yang terbatas (Kusumadewi & Andriatna, 2024; Sevgi & Akdemir Kabalcı, 2026). Oleh karena itu, pertanyaan 'mengapa', permintaan

contoh penyangkal, dan perbandingan dua strategi perlu menjadi bagian dari pembelajaran dan asesmen.

Conclusion

Penelitian ini mengidentifikasi empat pola respons representatif yang menunjukkan indikasi epistemological obstacle pada tes diagnostik bilangan berpangkat siswa kelas XI SMA Negeri 1 Ngabang. Dari 36 siswa, 26 siswa (72,2%) melakukan kesalahan pada sedikitnya satu butir. Pola yang dianalisis adalah $3^4=3\times4$, generalisasi $(3+4)^2=3^2+4^2$, penggunaan ekspansi faktor pada $4^9/4^7$, dan $5^0=1$ dengan alasan berbasis hafalan.

Melalui kerangka TDS, pola pertama menunjukkan indikasi keterbatasan pemaknaan notasi eksponen; pola kedua menunjukkan generalisasi sifat di luar domain keberlakuannya; pola ketiga belum dapat disebut obstacle hanya karena menggunakan ekspansi, tetapi menjadi indikatif apabila siswa gagal beralih menuju generalisasi pada konteks yang lebih kompleks; dan pola keempat menunjukkan lemahnya validation meskipun hasil akhirnya benar. Dengan demikian, epistemological obstacle perlu ditentukan dari karakter dan batas keberlakuan pengetahuan, bukan dari benar-salah jawaban semata.

Implikasi penelitian adalah perlunya situasi pembelajaran yang menyediakan example dan non-example, perubahan konteks, counterexample, perbandingan strategi, serta tuntutan justifikasi. Keterbatasan penelitian ini terletak pada penggunaan respons tertulis sebagai sumber data utama sehingga proses formulation dan validation yang bersifat verbal belum dapat ditelusuri secara mendalam. Penelitian lanjutan disarankan mengombinasikan tes diagnostik dan wawancara berbasis tugas untuk menguji kestabilan indikasi obstacle pada variasi basis, eksponen, operasi, dan representasi.

References

Brousseau, G. (2002). Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990. Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47211-2

Fuadiah, N. F. (2021). Theory of Didactical Situation (TDS), kajian karakteristik dan penerapannya dalam pembelajaran matematika. Jurnal Pendidikan Matematika: Judika Education, 4(2). https://doi.org/10.31539/judika.v4i2.3054

İymen, E., & Duatepe Paksu, A. (2015). Analysis of 8th grade students' number sense related to the exponents in terms of number sense components. Education and Science, 40(177), 109–125. https://doi.org/10.15390/EB.2015.2710

Kusumadewi, Y. A., & Andriatna, R. (2024). Conceptual images and learning obstacles in exponentiation and logarithms: A hermeneutic phenomenological analysis. Jurnal Elemen, 10(3). https://doi.org/10.29408/jel.v10i3.26775

Nurlaelah, E., & Lembayung, T. (2018). High school students' learning obstacles in understanding fractional exponents and root forms. Jurnal Pengajaran Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, 23(1). https://doi.org/10.18269/jpmipa.v23i1.16937

Nurzaenah, N., & Peni, N. R. N. (2025). Miskonsepsi dalam pembelajaran matematika: Tinjauan literatur pada materi eksponen. Polinomial: Jurnal Pendidikan Matematika, 4(4). https://doi.org/10.56916/jp.v4i4.2236

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., & Zachariades, T. (2007). Secondary school students' levels of understanding in computing exponents. The Journal of Mathematical Behavior, 26(4), 301–311. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.11.003

Rahmatin, T., Dahlan, J. A., & Jupri, A. (2025). Students' mathematical creative thinking and learning obstacles in solving ill-structured exponential problems. Jurnal Didaktik Matematika, 12(1). https://doi.org/10.24815/jdm.v12i1.43834

Sari, W., Rusdiana, Haeruddin, & Azainil. (2026). Analisis miskonsepsi siswa pada materi eksponen menggunakan tes diagnostik three-tier di kelas X SMA Negeri 3 Samarinda. Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika. https://doi.org/10.30605/3d52e618

Sevgi, S., & Akdemir Kabalcı, S. (2026). Students' misconceptions about exponents. SAGE Open, 16(2), 1–17. https://doi.org/10.1177/21582440261449038

Suarka, N. K. S. D., & Kusumah, Y. S. (2024). Students' learning obstacles in exponential: A case study in Indonesian higher education students. Jurnal Pendidikan MIPA, 25(2), 530–541. https://doi.org/10.23960/jpmipa/v25i2.pp530-541

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. Educational Studies in Mathematics, 12(2), 151–169. https://doi.org/10.1007/BF00305619

Utami, Z. A., Sugiatno, & Ijuddin, R. (2020). Hambatan epistemologi pemahaman konseptual berdasarkan taksonomi SOLO siswa. Jurnal AlphaEuclidEdu, 1(1). https://doi.org/10.26418/ja.v1i1.41654

Vinner, S. (1997). The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought processes in mathematics learning. Educational Studies in Mathematics, 34, 97–129. https://doi.org/10.1023/A:1002998529016

Yohani, Y., Nurmaningsih, N., & Irvandi, W. (2024). Analisis hambatan epistemologi siswa dalam materi persamaan eksponen di kelas X SMA Borneo Bengkayang. Laplace: Jurnal Pendidikan Matematika, 7(1). https://doi.org/10.31537/laplace.v7i1.1782